

УДК 004.838.8

doi: 10.15622/rcai.2025.068

ПОИСК СХОДСТВА ВЫИГРЫШНЫХ СТРАТЕГИЙ В ЗАДАЧЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ

Д.А. Добрынин (*rabota1@mail.ru*)

Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» РАН, Москва

В работе описывается метод получения обобщенных стратегий игры для задач интеллектуального анализа данных, использующий идеи сходства и индуктивного вывода. В качестве модели используется широко известная игра крестики-нолики. Для получения данных может быть использовано либо полное дерево игры крестики-нолики, либо набор из случайных игр. Описываются принципы получения сходства стратегий игры, алгоритм получения обобщенных стратегий. Приводятся некоторые результаты компьютерного моделирования. Показано, что применение данного метода позволяет получить обобщенные выигрышные стратегии. Полученные стратегии обладают хорошей объяснимостью и могут быть легко интерпретированы человеком.

Ключевые слова: машинное обучение, крестики-нолики, принятие решений, индуктивный вывод.

Введение

На сегодняшний день активно развиваются технологии машинного обучения в сфере информационных технологий. Для разработки и отладки методов машинного обучения активно используется теория игр, которая изучает стратегии принятия решений в конфликтных ситуациях, что делает ее полезной для развития методов ИИ.

Игра крестики-нолики является одной из старейших и поэтому хорошо изученных в теории игр [Гарднер, 1998]. Ее часто используют для тестирования различных методов машинного обучения. Несмотря на внешнюю простоту правил и небольшую размерность поля для игры, игра крестики-нолики имеет довольно большое дерево решений – порядка пятисот пяти-

десяти тысяч узлов. Полное дерево решений содержит порядка 25 правил (с учетом симметрии), некоторые из которых достаточно нетривиальны [Крестики-нолики, 2025].

Игра крестики-нолики имеет простые правила. Крестики ходят первыми. Игроки по очереди ставят на свободные клетки поля 3×3 знаки (один игрок всегда крестики, другой всегда нолики). Игрок, который выстроил в ряд 3 своих фигуры по вертикали, горизонтали или большой диагонали, выигрывает. Если игроки заполнили все 9 клеток и оказалось, что ни у одного из них нет выигрышной позиции, партия считается закончившейся в ничью.

На сегодняшний день игра крестики-нолики реализована почти для всех известных методов машинного обучения: Q-learning, обучение с подкреплением [Sutton, 2018], нейронные сети [Rajani, 2011] и глубокие нейронные сети. Обзор некоторых методов представлен в [Littman, 2004]. Сравнение методов для игры, основанных на нейронных сетях представлено в [Aditya, 2020].

На сегодняшний день одной из ключевых тенденций развития ИИ является требование объясняемости моделей ИИ [Mittelstadt, 2018]. Согласно определению, объясняемость означает способность понимать и оценивать решения и рассуждения, лежащие в основе прогнозов моделей ИИ. Объясняемость должна помочь конечному пользователю систем, основанных на ИИ, выявить ошибки путем анализа логики принятия решений. Если логика принятия решений скрыта, как для нейронных сетей, то возникает кризис доверия конечных пользователей к решениям, принимаемым системой ИИ. Особенно важно наличие объясняемости для областей применения, критических к возможным ошибкам, например медицине, энергетике, транспорту и им подобных.

Целью данной работы является разработка поиска сходства выигрышных стратегий для игры крестики-нолики с использованием идей сходства и индуктивного вывода. На этих принципах построен широко известный ДСМ метод [Финн, 2020], ВКФ метод [Виноградов, 2024] и некоторые другие. Задача получения полного набора правил игры крестики-нолики в данной работе не ставилась.

Основная идея разрабатываемого метода – получить из большого количества частных случаев обобщенные правила для выигрышной стратегии. Обобщение правил не только сокращает их количество, но и позволяет оценить их человеком. Такой подход лежит в русле разработки объяснимого ИИ, когда интеллектуальная система может объяснить свои действия на понятном человеку языке.

Выигрышные стратегии можно получить разными способами. Одно из возможных решений – выполнение случайных действий во время игры. Если получится выигрыш, то такая стратегия является выигрышной. При выполнении случайных действий может потребоваться большое время, чтобы получить достаточное количество вариантов игр.

Другой способ – использовать заранее построенное дерево игры, которое уже содержит все возможные варианты действий. Отметим, что построить полное дерево игры можно только для простых игр, у которых мало количество действий. Игра крестики-нолики содержит всего 9 вариантов действий, поэтому для нее можно построить полное дерево игры [Крестики-нолики, 2025].

Преимуществом второго подхода при разработке алгоритмов поиска сходства выигрышных стратегий является полнота решений, которые содержит полное дерево игры. При использовании случайных игр некоторые варианты могут быть пропущены, если количество игр недостаточно велико.

Отметим, что задача изучения влияния симметрии на количество получаемых правил в данной работе не ставилась. Интуитивно понятно, что поле для игры крестики-нолики имеет несколько видов симметрии. Поэтому учет симметрии может существенно сократить общее количество правил. Заметим, что при использовании многих методов машинного обучения симметрия не учитывается, либо учитывается неявным образом [Aditya, 2020]. Например, использование в правилах таких понятий, как «центр», «угол» или «середина стороны» указывает на использование симметрии. Задача обобщения правил с учетом возможных видов симметрий является довольно сложной и требует отдельных исследований.

Использование дерева решений

Для игры крестики-нолики можно построить полное дерево решений [Крестики-нолики, 2025]. Алгоритм построения и свойства дерева решений рассматривались ранее в [Добрынин, 2024].

Всего в дереве игры крестики-нолики десять уровней (рис. 1). Крестики ходят на нечетных уровнях, а нолики ходят на четных.

Верхний узел (0-й) соответствует началу игры – свободному полю. Первый уровень соответствует ходу для крестиков в одну из возможных позиций (всего 9 позиций). Второй уровень содержит узлы, в которых выполнен ход за ноликов в одну из свободных клеток (в оставшиеся 8 позиций). Для каждого узла строятся узлы с возможным ходом в оставшихся свободных позициях. Выигрыш возможен, начиная с пятого уровня по девятый. Узлы с выигрышем являются конечными. Для них потомки в дереве не строятся.

Каждый узел дерева связан с нижними узлами (потомками) и с верхним (родительским) узлом. Для удобства извлечения информации из дерева все узлы одного уровня связаны в список. Используя связи между узлами дерева можно строить различные процедуры извлечения данных.

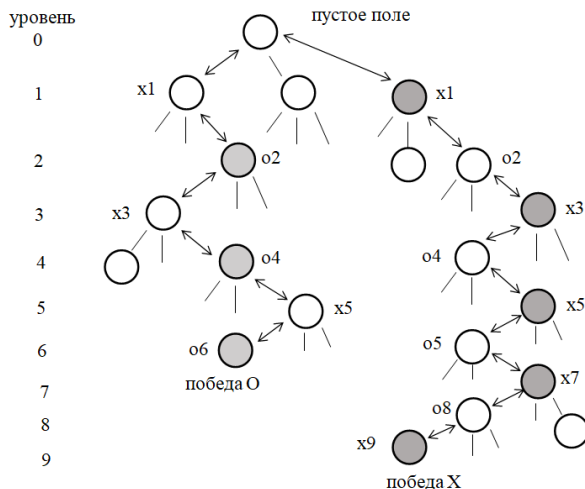


Рис. 1. Выигрышные стратегии в полном дереве игры.

Дерево игры крестики-нолики содержит все возможные ходы, поэтому оно является ценным источником информации об игре. Заметим, что полное дерево может быть построено только для простых игр, у которых количество вариантов ходов относительно невелико. Для игры крестики-нолики с девятью возможными вариантами ходов полное дерево содержит 549 946 узлов для 255 168 игр [Крестики-нолики, 2025].

Определим понятие выигрышной стратегии для полного дерева игры. Выигрышной стратегией будем называть последовательность ходов одного игрока, которая соответствует пути в дереве игры от первого узла до узла с выигрышем (рис. 1).

Игрок выполняет ходы, которые соответствуют состояниям узлов, входящих в стратегию, гарантированно приходит к выигрышу.

Каждый узел дерева может быть описан состоянием всех клеток игрового поля и ходом, который привел к нему.

$$x = (\{f_i\}, h), i = [1..9],$$

где f_i это состояние i -й клетки поля перед ходом,

$\{f_i\}$ – текущее состояние всех клеток,

h – ход, который привел к данному состоянию.

Обозначения и кодирование состояния клеток в виде битовых строк представлено в табл. 1. Битовое представление выбрано, исходя из простого представления операции схождения с помощью побитовой дизъюнкции.

Таблица 1

Обозначение	Кодирование	Назначение
х	0b001	крестик
о	0b010	нолик
. (точка)	0b100	свободная позиция
* (звездочка)	0b000	не важно (пустое значение \emptyset)

Ходы обозначаются:

х1..х9 это ходы крестиков,

о1..о9 это ходы ноликов.

Пример кодирования состояния поля:

.xx|oo.|... х1

перед ходом крестиков в клетку 1 (х1) получено состояние поля (рис. 2):

.	х	х	1	2	3	нумерация клеток поля
о	о	.	4	5	6	
.	.	.	7	8	9	

Рис. 2. Пример кодирования состояния поля.

Выигрышная стратегия X может быть записана в виде кортежа, элементами которого являются состояния узлов дерева в цепочке от выигрыша до первого уровня:

$$X_j = (x_j, x_{j-2}, x_{j-4}, \dots, x_1),$$

где j – номер уровня дерева, на котором произошел выигрыш,

Отметим, что нулевой уровень соответствует пустому полю, поэтому его состояние можно не учитывать. Элементы кортежа записываются в обратном порядке – от j до 1, что удобно при поиске сходства. Для крестиков используются нечетные уровни, а для ноликов – четные.

Для рис. 1 можно записать две выигрышных стратегии – для ноликов и для крестиков:

$$O_6 = (o_6, o_4, o_2)$$

$$X_9 = (x_9, x_7, x_5, x_3, x_1).$$

Отметим, что элементы одного и того же уровня для стратегий O_6 и X_9 , соответствуют разным узлам дерева игры и потому различны.

Поиск сходства выигрышных стратегий

Для того, чтобы построить выигрышную стратегию, состоящую из обобщенных правил, необходимо находить сходство двух и более стратегий.

Для поиска сходства двух стратегий будем использовать операцию индукции. Эта операция ищет общие части элементов кортежей, которые определяют выигрышные стратегии.

Сходство двух стратегий определяется как

$$G = X_i \cap Y_i = (x_i \cap y_i \neq \emptyset, x_{i-2} \cap y_{i-2} \neq \emptyset, \dots, x_k \cap y_k \neq \emptyset),$$

где $x_{k-2} \cap y_{k-2} = \emptyset$

Искать сходство можно только для стратегий, соответствующих выигрышу на одном уровне дерева игры. Поэтому

$$G = X_i \cap Y_j = \emptyset, \quad i \neq j.$$

Таким образом, пересечение двух стратегий содержит непустые пересечения элементов кортежа, начиная с уровня i . Если на уровне $k-2$ получается пустой элемент (пересечение пусто), то пересечения для остальных уровней не включаются в результат.

Для получения правил выполнения хода необходимо с помощью индукции получить гипотезы. Если поле состояний гипотезы вкладывается в поле текущего состояния игры, то может быть выполнен ход, присутствующий в данной гипотезе.

Гипотезы можно считать знаниями, поскольку они описывают общие зависимости, извлеченные из исходных данных (фактов).

Гипотеза есть пересечение двух и более примеров

$$g = x_i \cap x_j, \quad i \neq j.$$

Правила пересечения приведены в табл. 2. Пересечение с пустым элементом \emptyset всегда дает пустой элемент. Пересечение элемента f с собой дает тот же элемент. Если элементы различны, получается пустой элемент.

Таблица 2

$f_i \setminus f_i$	x	o	свободно	\emptyset
x	x	\emptyset	\emptyset	\emptyset
o	\emptyset	o	\emptyset	\emptyset
свободно	\emptyset	\emptyset	свободно	\emptyset
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Пример гипотезы:

$$.xx|***|*** \times 1$$

перед ходом крестиком в поле 1 состояние поля должно быть

.	x	x
*	*	*
*	*	*

нетрудно заметить, что после совершения хода крестиками они выиграют (будет получено три крестика в верхней строчке). При этом учитываются только состояние клеток 1-3, а значения остальных клеток не важны.

Полученные сходства выигрышных стратегий необходимо обобщить, что получить более компактные записи правил. Для этого можно использовать процедуру обобщения, предложенную ранее в [Добрынин, 2024]. Это циклическая процедура, заключающаяся в последовательном применении индукции, фильтрации и отбора минимальных гипотез.

Индукция – это операция получения общих частей исходных примеров во всех возможных комбинациях [Финн, 2020]. После применения индукции генерируется большое количество гипотез, которые представляют собой общие части исходных примеров. Фильтрация – отбор гипотез по определенным критериям, на основе выбранной эвристики. Фильтрация необходима для выделения значимых гипотез из большого количества всех возможных пересечений. Процедура получения минимальных гипотез значительно уменьшает количество гипотез, оставляя только те из них, которые обладают наиболее общими свойствами.

Получение обобщенных стратегий

Процедура получения выигрышных стратегий, содержащих обобщенные правила, представлена на рис. 3. Выигрышная стратегия может быть получена либо из полного дерева решений, либо проведением случайной игры. Далее происходит обработка каждого хода, принадлежащего стратегии. Схожие стратегии (с выигрышами на том же уровне) берутся из банка стратегий. Изначально банк стратегий пуст. Он заполняется по мере работы алгоритма.

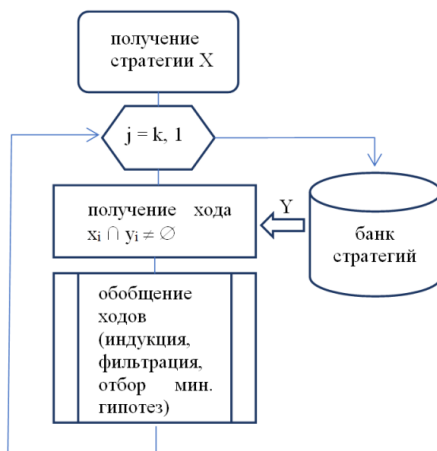


Рис. 3. Получение обобщенных стратегий

При поиске пересечения двух схожих стратегий происходит поиск сходства ходов, принадлежащих стратегии. Остаются только непустые пересечения ходов, как было показано ранее. Для получения обобщенного хода запускается циклическая процедура обобщения, состоящая из трех этапов – индукции, фильтрации и поиска минимальных гипотез. Процедура обобщения, подробно рассмотренная в [Добрынин, 2024], заменяется частные случаи правил на более общие. Это позволяет уменьшить общее количество правил и улучшает их объяснимость.

Сформированная обобщенная стратегия помещается в банк стратегий. Информация из этого банка используется для дальнейшего поиска обобщенных стратегий.

Отметим, что решающие правила, находящиеся в банке стратегий, связаны друг с другом. Последовательность правил от уровня 1 до уровня 9, образуют выигрышную стратегию для игрока. Правила для крестиков и для ноликов хранятся независимо друг от друга.

Критерии завершения процедуры получения обобщенных стратегий зависят от способа получения исходных стратегий. Если выигрышные стратегии берутся из полного дерева решений, то достаточно перебрать все элементы дерева, соответствующие выигрышным ситуациям. Если выигрышные стратегии берутся из случайных игр, то четкого критерия завершения процедуры не существует. Необходимо провести большое количество случайных игр, пока все возможные правила не будут получены.

Пример.

Получение обобщенных стратегий выигрыша для уровня 5 полного дерева игры крестики-нолики (выигрыш крестиков) для хода х1.

Исходных игр 45, представлены выигрышные позиции на уровне 5 (табл. 3)

Таблица 3

.xx oo ... x1	.xx ..o o.. x1	.o .x.. xo. x1	... x.o x.o. x1	..o .xo ..x x1
.xx o.o ... x1	.xx ..o .o. x1	.o .x.. x.o x1	... x.o x.o x1	..o .x .o.x x1
.xx o.. o.. x1	.xx ..o ..o x1	..o x.o .x.. x1	... x.. xoo x1	..o .x .ox x1
.xx o.. .o. x1	.xx ... oo. x1	..o x.o x.. x1	..oo .x .x x1	... oxo .x x1
.xx o.. .o x1	.xxo.o x1	..o x.. xo. x1	.o .ox .x x1	... ox .o.x x1
.xx .oo ... x1	.xxoo x1	..o x.. x.o x1	.o .xo .x x1	... ox .ox x1
.xx .o .o.. x1	..oo x.. x.. x1	... xoo x.. x1	.o .x .o.x x1	... xo .o.x x1
.xx .o .o. x1	.o .xo x.. x1	... xo x.o. x1	.o .x .ox x1	... xo .ox x1
.xx .o.. .o x1	..o .x.o x.. x1	... xo x.o x1	..o ox .x x1	... x .oox x1

Из табл. 3 хорошо видно, что представленные позиции описывают все возможные расстановки для верхней строки, левого столбца и одной диагонали поля игры.

Для полученных выигрышных позиций сгенерировано 90 выигрышных стратегий.

После обобщения стратегий, получаются следующие последовательности ходов для крестиков (табл. 4).

Таблица 4

№	уровень 5	уровень 3	уровень 1
1	.xx *** *** x1	.x. *** *** x3	... *** *** x2
2	.xx *** *** x1	..x *** *** x2	... *** *** x3
3	.** x** x** x1	.** x** . ** x7	.** . ** . ** x6
4	.** x** x** x1	.** . ** x** x6	.** . ** . ** x7
5	.**.*x**.*x x1	.**.*x**.*. x9	.***.*.***. x5
6	.**.*x**.*x x1	.**.*.*.***x x5	.***.*.***. x9

Первая группа (стратегии 1 и 2) соответствует заполнению верхней строки. Вторая группа (стратегии 3 и 4) соответствует заполнению левого столбца. И наконец, третья группа (стратегии 5 и 6) соответствует заполнению диагонали.

В ходе применения процедуры обобщения стратегий их количество сократилось в 15 раз ($90/6=15$).

Эксперименты показывают, что для ходов в другие клетки получают аналогичные обобщенные стратегии, которые применимы к строкам, столбцам и диагоналям игрового поля.

Заключение

Получение стратегий игры, содержащих обобщенные правила, является важным методом интеллектуального анализа данных.

Обобщение решающих правил (замена многих частных случаев меньшим количеством общих правил) позволяет сократить количество правил (в 15 раз для данных примеров) и улучшить их обозримость человеком. Данные исследования направлены на разработку объяснимого ИИ.

Разрабатываемый метод поиска стратегий игры основан на идеях сходства и использует операции с низкой вычислительной сложностью. Как было показано, стратегии игры крестики–нолики могут быть получены либо из полного дерева решений, либо проведением большого количества случайных игр. Численные оценки времени поиска стратегий в данной работе не проводились. Это задача для будущих исследований в этой области.

Другой интересной задачей будущих исследований является учет симметрии при поиске общих правил. Учет симметрии значительно сокращает общее количество решающих правил. Исследования в этой области требуют дальнейших разработок.

Список литературы

- [Гарднер, 1998] Мартин Гарднер Крестики-нолики : пер. с англ. И.Е. Зино. – М. : Мир, 1988. – 350 с. – ISBN 5-03-001234-6.
- [Крестики-нолики, 2025] Википедия, игра крестики-нолики [Электронный ресурс]. – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Крестики-нолики> (дата обращения: 26.05.2025).
- [Sutton, 2018] Richard S. Sutton, Andrew G. Barto Reinforcement learning: an introduction. Second edition. – MIT Press, Cambridge, MA, 2018.
- [Rajani, 2011] Rajani Nazneen & Dar Gaurav & Biswas Rajoshi & Ramesha C.K. Solution to the Tic-Tac-Toe Problem Using Hamming Distance Approach in a Neural Network. Intelligent Systems, Modelling and Simulation // International Conference on. – 2011. – P. 3-6. – DOI: 10.1109/ISMS.2011.70.
- [Littman, 2004] Littman M.L., Stone P. Game theory and machine learning // Proceedings of the Twenty-First International Conference on Machine Learning. – 2004.
- [Aditya, 2020] Paul Aditya. Randomized fast no-loss expert system to play tic tac toe like a human // Cognitive Computation and Systems. – 2020. – 2. – DOI: 10.1049/ccs.2020.0018.
- [Mittelstadt, 2018] Mittelstadt B. and Russell C. and Wachter S. Explaining Explanations in AI (November 4, 2018) // Proceedings of FAT* '19: Conference on Fairness, Accountability, and Transparency (FAT* '19), January 29–31, 2019, Atlanta, GA, USA. ACM, New York, NY, USA. – doi/10.1145/3287560.3287574. – ISBN: 978-1-4503-6125-5. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3278331>.
- [Финн, 2020] Автоматическое порождение гипотез в интеллектуальных системах / под общ. ред. В.К. Финна. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2020. – 2-е изд. стереотип.
- [Виноградов, 2024] Виноградов Д.В., Якимова Л.А. Вероятностный подход к порождению стратегий для игр с полной информацией // Сборник научных трудов XII Международной научно-практической конференции Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте(ИММВ-2024, Коломна, 14-17 мая 2024 г.). В 2-х т. Т. 1. – Смоленск: Универсум, 2024. – С. 266-273.
- [Добрынин, 2024] Добрынин Д.А. Об одном методе обобщения правил для задач интеллектуального анализа данных // Сборник научных трудов XII Международной научно-практической конференции Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте (ИММВ-2024, Коломна, 14-17 мая 2024 г.). В 2-х т. Т. 1. – Смоленск: Универсум, 2024. – С. 274-284.